ეს 2012 [illegible] ~~[illegible]~~ $a_1, a_2 \ldots a_{2012}$;
აქ [illegible] რომ ყოველი სამი [illegible] ყოველ [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] სამეულში $(a_1 a_2 a_3)(a_1 a_2 a_4)$
$(a_2 a_3 a_4)$ - [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
ეს სამივე სამეულში ყველა [illegible] ~~[illegible]~~ რომ [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible]. ეს სამივე სამეულში ყველა [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] a_1 [illegible] [illegible] [illegible] a_2-ს და
[illegible] (a_1, a_2, a_3) და (a_1, a_2, a_4) -სამეულები a_1 [illegible] [illegible] a_2-ს [illegible]
a_1-ის და a_2-ის [illegible] [illegible] a_3-ს რომ [illegible] [illegible] [illegible]. [illegible]
a_1-ის და a_2-ის [illegible] [illegible] a_4-ს [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
(a_1, a_3) და (a_2, a_4) [illegible] a_1, a_3-ს [illegible] a_2 a_4-ს [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]. [illegible] 2012 [illegible] [illegible] 4-4-[illegible] [illegible]
[illegible] 503-[illegible]. ~~[illegible]~~ [illegible] [illegible] [illegible]
a_1, a_2, a_3, a_4 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 4-[illegible] რომ
[illegible] [illegible] [illegible] ~~[illegible]~~ [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible].

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

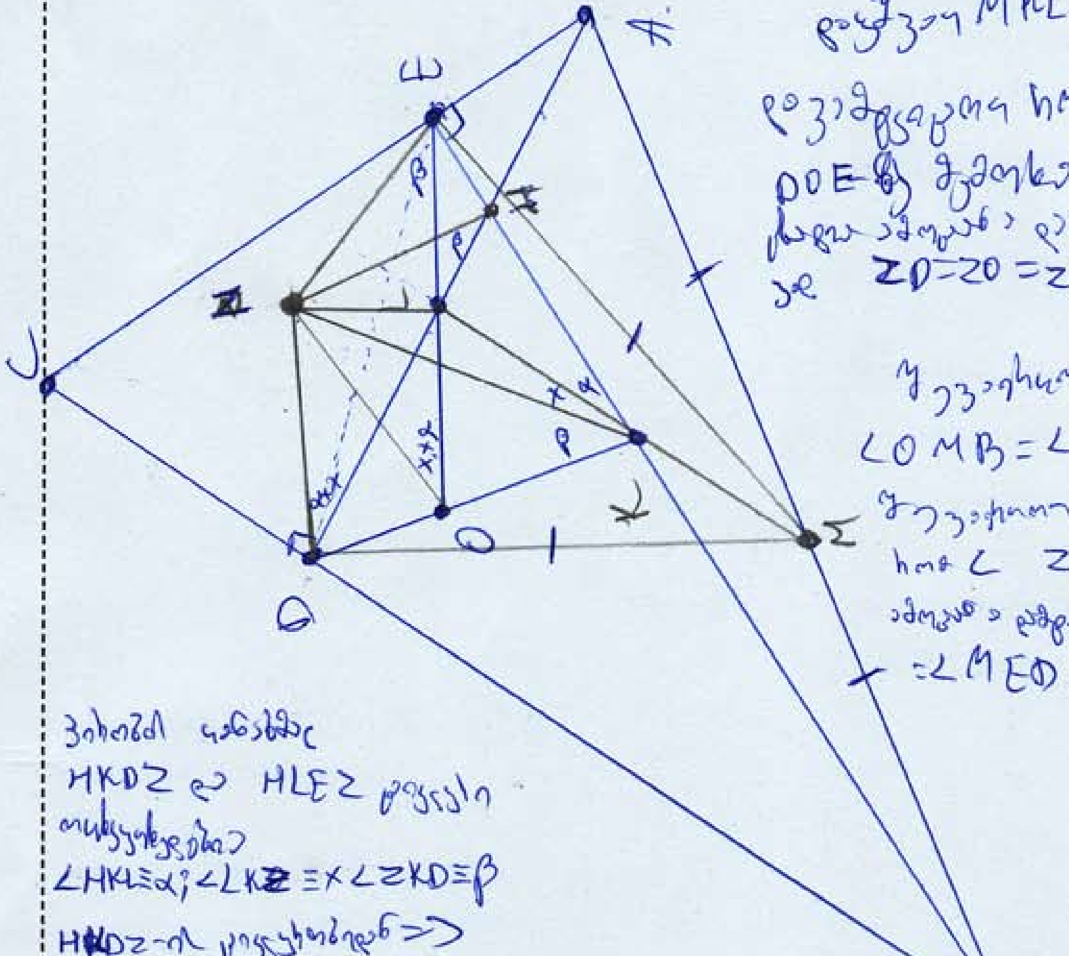
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/270

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



დავხაზოთ MKL-ის შემდეგ და დავამტკიცოთ რომ Z იქნება DOE-ს შემოხაზული წრეწირის ცენტრი რადგან ამოცანის პირობის [illegible] ანუ $ZD=ZO=ZE$

შევაერთოთ OM. ცხადია $\angle OMB=\angle OMA=90°$

შევაერთოთ ED და დავამტკიცოთ რომ $\angle ZDM=\angle ZEM$ [illegible] ამოცანის პირობიდან რადგან $\angle MDE=\angle MED$ (რადგან $DM=EM$.

[illegible]

HKDZ და HLEZ ჩაწერილი ოთხკუთხედებია

$\angle HKL=\alpha; \angle LKZ=x\ \angle ZKD=\beta$

HKDZ-ის ჩაწერილობიდან ⇒

$\angle HDZ=\alpha+x; \angle DHZ=\beta$

ZLHE-ს ჩაწერილობიდან ⇒ $\angle LHZ=\angle LEZ=\beta$;

დავამტკიცოთ EZOK-ოთხკუთხედი OZ [illegible] OKZ და OEZ ტოლი

ანუ EZOK-ჩაწერილია ანუ $\angle ZOE=\angle ZKE=x+\alpha$;

ანალოგიურად [illegible] OZLD-ც იქნება ჩაწერილი;

შევაერთოთ DM და EM [illegible]

[illegible] ანუ $OM=BM=AM=EM$ და დავამტკიცოთ რომ

~~$\alpha+x=\beta$ [illegible] ამოცანის [illegible] (OZH და ZEO-ს~~

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 270

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

$a_{n+1} = a_n + [\sqrt{a_n}]$

ვთქვათ $a_n \equiv x \Rightarrow a_{n+1} = x + [\sqrt{x}]$ $\quad [\sqrt{x}] \geq 0 \Rightarrow a_{n+1} \geq a_n$ ანუ

ეს მიმდევრობა ზრდადია ვთქვათ .

$\sqrt{x} - 1 < [\sqrt{x}] \leq \sqrt{x}$

ანუ $x + \sqrt{x} - 1 < x + [\sqrt{x}] \leq x + \sqrt{x}$

$x + \sqrt{x} - 1$-ის და $x + \sqrt{x}$-ის შორის მხოლოდ ერთი მთელი რიცხვია

ანუ ~~[illegible]~~ თუ $x + [\sqrt{x}]$-ი სრული კვადრატია მაშინ ეს მთელი რიცხვი

უნდა იყოს სრული კვადრატი ანუ

$$\sqrt{x + \sqrt{x} - 1} < \sqrt{x + [\sqrt{x}]} \leq \sqrt{x + \sqrt{x}}.$$

$\sqrt{x + \sqrt{x} - 1}$-ის და $\sqrt{x + \sqrt{x}}$-ის შორის უნდა იყოს ~~[illegible]~~ ერთი მაინც მთელი რიცხვი.

~~[illegible]~~